

壹、緒論

一、研究動機

環顧幼兒生活四周不難發現，幼兒在家或是在學校都可接觸到許多不同形狀的物品，有關形狀的數學經驗在幼兒生活中也經常發生（Seo & Ginsburg, 2004），這些物品的外形就是幼兒認識數學中幾何圖形的第一步。而美國數學教師學會（National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, 2000）對於小學二年級以前的幾何學習標準也指出，認識幾何形狀是後來學習幾何的基礎。

幾何圖形的學習包含許多複雜的認知歷程，學者從不同觀點進行了解。早期 Piaget（Piaget, Inhelder, & Szeminska, 1960）認為幾何圖形概念的發展受年齡影響，遵循一個固定的順序發展，兒童最先建構拓樸幾何（topology）的概念，然後是投影幾何（projective geometry），最後才發展出歐幾里德幾何概念（euclidean geometry）。而荷蘭數學家 van Hiele 夫婦（1986）則認為，兒童幾何圖形概念的學習是受到教學的影響，從視覺的（visual）層次、描述/分析的（descriptive/analytic）層次、理論的（theoretical）層次、形式邏輯的（formal logic）層次，再到邏輯法則本質的（the nature of logical laws）層次。而認知心理學的看法則認為，兒童幾何的學習牽涉到概念的形成（concept formation），而概念形成又與分類（categorization）有關，兒童透過各種實例（exemplars）形成各種幾何形狀的概念（Levenson, Tirosh, & Tsamir, 2011; Satlow & Newcombe, 1998）。

以往有關兒童辨識幾何形狀的研究大多以 van Hiele（1986）的理論為基礎，不論研究對象是土耳其幼兒（Aslan & Atkas Arnas, 2007）、新加坡幼兒（Ho, 2003）、或美國幼兒（Clements, Swaminthan, Hannibal, & Sarama, 1999），圓形都是幼兒最容易認識的幾何圖形，三角形則是最難辨識的，幼兒辨識幾何圖形的正確性也隨年齡而提高，而且學前幼兒大多處在 van Hiele 的視覺層次，較少研究嘗試以認知心理學的角度分析幼兒幾何概念的形成。此外，國內有關幾何的研究多數是以國小學童為對象，少數將研究對象擴及學前幼兒的幾何圖形區辨（高耀琮，2002；張英傑，2001），不過以紙筆測驗的團體施測方式並不適合幼兒，或者只晤談少數幼兒，因此對於幼兒部分的描述不多。有些研究（謝佩純，2009）雖以大量幼兒為對象，但是只研究圓形與三角形，也沒法了解幼兒辨識各種幾何圖形的能力是否呈現發展趨勢。

由於幾何圖形的學習也與概念形成有關，因此本研究擴展以往研究，除了從 van Hiele（1986）角度，也以認知心理學概念形成的角度，探討幼兒幾何圖形辨識的發展。並且使用個別晤談方法，以大量幼兒為對象，了解不同年齡幼兒對各種幾何圖形的辨識是否有差異，並且探討幼兒如何判斷幾何形狀。本研究的研究結果可以瞭解幼兒對幾何圖形辨識的發展，也能讓幼教老師了解幼兒是如何判斷幾何形狀，教進一步反省自己的教學。

二、研究目的與問題

基於前述之研究動機，本研究的研究目的有二：

(一) 了解不同年齡幼兒對幾何圖形辨識的差異。

(二) 探究幼兒區辨幾何圖形時的判斷標準。

根據研究目的，本研究主要探討的問題是：

(一) 不同年齡幼兒對幾何圖形的辨識是否有差異？

(二) 幼兒辨識幾何圖形時的判斷標準為何？

針對研究問題與以往文獻，本研究假設，幼兒辨識幾何圖形的正確性隨年齡而提高，而且大多數幼兒是以視覺反應辨識幾何圖形。

貳、文獻探討

文獻探討分成幾何圖形發展的理論和幼兒幾何圖形辨識的發展這兩部分說明。

一、幾何圖形發展理論

以往學者以三種不同觀點解釋兒童如何辨識幾何圖形，說明如下。

1. Piaget 的理論

Piaget (Piaget & Inhelder, 1956; Piaget et al., 1960) 採取認知發展觀點，主張兒童的幾何概念的發展會受成熟的影響，呈現階段的發展，首先，大約在 3 到 4 歲時，幼兒發展出拓樸學的概念，這時兒童使用感官探索空間、建構拓樸概念的表徵（內、外），兒童只能分辨出圖形的開放或封閉，完全沒有基本的角、邊等概念。到了 4 到 6 歲，幼兒發展出投影幾何（例如直線或直角）的概念，了解因視覺觀點的不同，物體的形狀與大小會改變。最後大約 6 到 8 歲兒童正處於歐幾里德幾何概念階段，兒童認為物體無論如何移動，其形狀、大小都不改變，這是歐幾里得幾何中的全等變換原則（congruent transformation），探討圖形的成分不受變換所影響。由此可知，Piaget 理論的研究重點在於兒童發展幾何概念的思考模式，探討幾何概念形成的運思過程，而這種幾何圖形概念的發展受年齡影響。

2. van Hiele 的理論

van Hiele (1986) 擴展 Piaget 的理論，認為兒童的幾何學習過程是歷經以下五個階層性的層次：視覺的層次、描述的層次、理論的層次、形式邏輯的層次、及邏輯法則本質的層次。基於本研究的範圍，以下將只探討前三個層次。

- (1) 視覺的層次：兒童以圖形整體外表輪廓來分辨圖形，而不使用文字描述，也不考慮形狀是由分開的要素（或部分）所組成。這個層次的兒童能命名形狀，並分辨看來很相似的形狀，卻無法明確指出圖形的特殊性質。
- (2) 描述 / 分析的層次：兒童能注意並以描述、分析的方式確認圖形的性質、特徵及構成要素，但是仍不知道各種要素之間是有相關的。
- (3) 理論的層次：兒童不但能辨識圖形的特徵，將圖形以最少特徵作分類或定義，也能建立圖形體之間的關係及性質之間的關係網絡，瞭解定義和解釋非正式論證，但卻不能瞭解證明。

van Hiele (1986) 幾何思考層次的研究特點是每一層次均是依序發展的，唯有當