壹、緒　論

研究動機

科技大學教師立於教學現場，雖然逐年面對不同的學生，但每一年都有數學學習成就較高的學生（與同儕相比），而大多數的學生在數學的學習歷程與成效上，卻都曾經歷過屬於學習成就較低的一群。因此，數學教師除了在常態性的教學活動之外，還需積極地製作有效的互動式數位教材，將專家知識結構建立於學生的學習歷程檔案上，讓學生除了課堂的學習以外，在任何時間、任何地點都可以藉由網路學習而獲得較佳的學習成效。相對地，學生也將在數學課所學到的反應，表現於課堂上的師生互動與測驗上，因此，教師的專家知識結構與學生的反應因而架構了教與學的現場紀錄。

數學的解題（problem-solving）過程可包括：「了解問題」、「擬定計畫」、「執行計畫」、「驗算與回顧」等四個步驟，而這也是所有在解題應用上所需要的技能，因此，如何解題一直被認爲是科學教育中重要的一環；它需要的不只是直接應用一些數學知識而已，而成功的解題需要解題者從事一個多變化的認知活動，同時在了解問題、擬定計畫、執行計畫、驗算與回顧等過程，也並非是一成不變的，所以不論一般大學或科技大學的理工系科均將數學列爲專業的基本科目；另一方面，學習及解決數學問題不僅是學生的任務，授課教師更扮演著極爲重要的角色——幫助學習、促進學習成效。

基於上述，作者除了希望從教學互動來了解學生的學習過程之外，更期望從學生在試題的反應中，研究、分析、測量受試者使用「積分公式」概念於解題，以實證教師的專家知識結構與學生試題反應之間的關係。

貳、文獻探討

一、次序理論

依據應試者在試題的反應後，以二元計分（dichotomous）方式呈現是否具備了所要測試的能力，表示爲列聯表資料，再透過次序理論的分析，即可呈現試題的先後順序性（ordering）或試題階層性（item hierarchy）。一群含有n個應試者在二元計分的試題i和試題j的作答反應爲例，其答對（以1表示）與答錯（以0表示）人數之列聯表，如表1所示（林原宏，2005），其中$n = n_{11} + n_{10} + n_{01} + n_{00}$，而$n_{11}$、$n_{10}$分別代表答對試題$i$狀態下，試題$j$答對與答錯的人數；相對地，$n_{01}$、$n_{00}$分別代表試題$i$答錯狀態下，試題$j$答對與答錯的人數，$P_{1*}$、$P_{0*}$則分別代表試題$i$答對率及答錯率；$P_{*1}$、$P_{*0}$則分別代表試題$j$答對率及答錯率。

表1　試題i和試題j的答對率與答錯率之列聯表（$i \neq j$）

		試題 j		總和
		1	0	
試題	1	n_{11}/n	n_{10}/n	P_{1*}
i	0	n_{01}/n	n_{00}/n	P_{0*}
總和		P_{*1}	P_{*0}	1

根據表1的列聯表資料，Bart與Krus（1973）定義「試題i指向試題j」的衡量係數爲n_{01}/n，n_{01}/n的範圍是$0 \leq n_{01}/n \leq 1$，他們以閾值（threshold）ε，$0 < \varepsilon < 1$決定試題i與試題j是否有次序關係如下：若$0 \leq n_{01}/n < \varepsilon$，表示試題$i$爲試題$j$的先備條件；若$n_{01}/n \geq \varepsilon$，表示試題$i$不是試題$j$的先備條件，即試題$i$與試題$j$沒有次序關係。

在1980年代，Takeya教授提出以測驗試題的結果，按題目彼此間反應所得的順序性關係，製成具有指向性的圖形結構來分析試題的特性（Takeya, 1980, 1991），此種方法稱之「試題關聯結構分析法」，