

## 壹、緒論

### 一、前言

分析近年大學學科能力測驗數學科五標成績與大考中心學測試題，高級中學（以下簡稱高中）數學學習呈現兩極化的趨勢，即便是顯明易懂的概念，也有不少高中生因缺乏完整的概念建構過程，腦海裡僅存在片段性的知識，導致無法以具有之數學能力解決問題，故須提供補救教學，及時提升低學習成就高中生數學程度，減少累積差異。然僅單純地增加上課時數並不能達到適切的教學目標，教師仍應先行探究學生所具知識背景、先備知識、基礎能力的程度，依此擬訂教學策略，善用資訊融入教學，以逐步分析學生的代數錯誤類型。基此，建構良好的數學診斷策略與多元化教學工具相互配合，應能改變學生的學習模式與態度，讓學生願意嘗試重建數學學習的自信（Pines & West, 1986），並即時修正教師對學生數學能力之一貫紙筆評量方式，以增進教師對學生學習狀況的了解。教育部推動十二年國教，投入相當多的人力與物力在攜手計畫上，而後轉成補救教學。目前國內教育雖積極推動補救教學，但多數研究著重在中、小學階段，高中的補救教學文獻相當缺乏，在數學補救教學上也不多見（洪碧霞、蕭嘉偉、林素微，2009；梁育維、陳芳慶，2009）。

九年一貫課程設計的初衷，乃希藉各領域知識的連結與教師的協同教學，啟發學生的多元智慧，獲得統整的知識概念與基本能力，貫徹終生學習的理念。然現行九年一貫的數學課程設計，並未能完全滿足高中數學課程的先備知識建構，導致高中一年級新生在數學學習上出現課程銜接方面的困難，所以教師必須針對高中一年級新生的實際能力，以銜接99課綱為原則，重新設計學校本位之數學銜接教材，並發展出有效的補救教學策略與教學工具。史美奐（2008）研究發現，高中生的計算能力與解題的基礎能力降低，對於新進高中數學課程的銜接出現嚴重的落差，導致學習數學困難度增加。本研究由基隆市某公立高中一年級學生之補救教學實施成果，探討高中生代數學習困難與九年一貫課程銜接上的盲點。研究應用數位筆記本作為教學工具，選擇在概念上較為抽象難以理解的代數單元進行實驗教學，以記錄分析學生學習時之思維概念與解題歷程，並針對錯誤認知類型，設計補救教學教材及數位學習課程；更進而嘗試突破實施補救教學現場，囿於時間、空間與學生無法重複聽講的限制，以傳統講述式教學與線上自主學習兩種教學方式，進行學生學習成效分析，尋求最佳之補救教學方式，幫助學生有效提升數學基礎能力。

## 二、研究目的與待答問題

本研究以資訊科技——數位筆記本記錄分析學生代數學習思考歷程及歸納錯誤的代數類型，依此來設計代數補救教學教材，提供學生於學校授課時間與校園形式以外之E化自主學習課程，俾增益學生代數解題暨數學能力精進。此外，本研究進一步評估傳統講述式教學與線上自主學習，學生代數補救教學之成效差異。基此，本研究待答問題如下：

(一) 高中生代數學習錯誤類型的分類與分布情況為何？

(二) 傳統講述式教學及線上自主學習的學生，在代數學習成績有無顯著差異？

(三) 傳統講述式教學及線上自主學習的學生，在評估學習經驗之良窳為何？

## 貳、文獻探討

### 一、數學課程中的代數相關研究

高中的代數具有抽象、艱澀的特性，學生對於複雜的概念難以掌握。高中教師教授代數時常放在解題的技巧上，大量的演練題型，忽視了基本概念的建立，造成數學學習成效低落。Polya (1945, 2004) 認為符號的運用與理解對數學學習而言非常重要。符號的使用不僅能讓人類進行數學內涵的記錄與交流，亦能清楚表示數學的結構。美國數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) 提及理想中的代數教學，可從學前到八年級非正規的代數經驗，自注重學生認知層次的連貫性上發展，以建置一個讓學生能主動探索的教學情境，進而啟發代數的抽象思維。李美蓮與劉祥通 (2003) 指出，設計有效教學的活動，使學生於教學者布置的教學情境之下，能用自發解法解尋求規律的問題，並能類推至較複雜的情境；於臆測活動之問題解決方面，學生若能做出臆測，又能嚴密檢驗、修正、並回顧答案合理性，簡化解題步驟，即符合了教學者的期待。在中、小學數學的各個領域中，符號化普遍度最高的顯然是代數領域 (Katz, 2007)。從數學史的角度觀察，符號的使用是數學發展過程中相當值得討論的一環 (顧泠沅, 2009; Vul & Pashler, 2007)。所以，學習數學的目的之一，就是使學生理解數學符號的意義並學會符號工具的運用方法，解決現實生活中的問題或數學本身形成的問題，發展學生的符號化思想，形成各種符號使用的概念 (Arcavi, 1994; Zorn, 2002)。Collis (1975) 將代數符號在數學中的用法區分為六種：(一) 可以計算求出的值，例如