

## 壹、緒論

測量估測 (measurement estimation) (簡稱估測或估量) 係指未使用測量工具而找出基準點 (benchmark) 或使用心理單位處理測量的估計。此估測能力包含：測量知識、量的單位化概念及推理思考等數項知能 (Joram, Subrahmanyam, & Gelman, 1998; Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2013)，也是需藉由課程與教學養成的一種心理估計與推理的數學能力 (教育部，2010)。

長度、面積與體積屬於物理量測度的範圍，此三種測量皆與幾何的空間特性有關，具有幾何量的性質 (朱建正，1999；Owens & Outhred, 2006)，亦為國小測量課程的重要內容 (教育部，1975，1993，2010)。檢視國內、外學者探討估測長度、面積與體積的文獻，普遍發現學童處理估測的表現比實測作業差，並且有能力不足的現象 (Clayton, 1988; Montague & Van Garderen, 2003; Siegel, Goldsmith, & Madson, 1982)。王選發 (2002) 也指出學童在前述三種量的估測解題通過率皆低於 50%。近期內雖有些新進的估測研究報告，但多數學者專注於探討長度估測 (例如：Jones, Taylor, & Broadwell, 2009; Jones, Forrester, Gardner, Andre, & Taylor, 2012) 或長度與容量估測 (例如：Ruwisch, Heid, & Weiher, 2015)，較少同時檢視學童於估測長度、面積與體積能力的報告。學校的測量課程與教學在發展學童估測能力上扮演非常重要的角色 (Huang, 2015a; Jones et al., 2009)。當前的九年一貫課程綱要 (教育部，2010) (簡稱九年一貫課綱) 承自 2000 年的暫時綱要 (教育部，2000)，施行至今已逾十餘年，接受依據此課綱發展的數學教科書之學童，其在上述三種測量的估測能力如何，值得探究。

學童的估測表現可能因接受測量課程時間長短不同而呈現差異 (Crites, 1992)，學者們 (Joram et al., 1998) 認為學童隨著年級遞升，估測能力也可能隨著學習測量課程與測量經驗增多而提升。當前的九年一貫課綱 (教育部，2010, pp. 26, 27, 207) 闡明於第一學習階段 (一～二年級) 發展簡單的長度估測能力 (N-1-09) 及其他估測能力養成的重要性 (N-2-26)。長度、面積與體積的測量性質不同，學童在此三種測量的估測能力及使用策略的數量受年級與測量性質 (估測性質) 的影響為何，值得進一步檢視。而且，瞭解學童使用策略估測的類型與表現，對於提升或改善估測課程與教學具有意義。

綜而言之，本研究目的在於發展一份具有信度與效度的長度、面積與體積估測評量，並使用以檢測國小高年級 (五～六年級) 學童的估測能力與策略使用情形，研究問題包含三方面：

- 一、學童的估測表現是否因年級與測量性質不同而呈現差異？
- 二、學童使用於估測長度、面積與體積的策略類型為何？
- 三、學童的估測策略數量是否因年級與估測性質不同而呈現差異？

## 貳、理論架構

### 一、測量估測的認知思考

測量估測所需的認知心理運作包含下列四項要素：(一) 知覺 (perception)：視覺觀察為實測與估測的基礎 (O'Daffer, 1979)。估測者需借助視覺觀察、空間知覺與操作動作，做直接與粗略比較 (Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 2008)。(二) 口語：使用口語報告或描述估計結果 (朱建正, 1999; Montague & Van Garderen, 2003)。(三) 心理意象：回想先前的測量經驗並找出測量基準點，利用心理單位對待測物進行心理截割或推論 (Joram, 2003; Joram et al., 1998)。此心理運作功能包含：估測者認識某測量單位，將它儲存於記憶系統中成為心理單位，並將它建構成意象 (images)，再使用此心理單位對待測物做分解與重組，這些運作皆借助心理意象表徵系統 (imagery representational system) 來操作 (Kosslyn, Reiser, Farah, & Fliegel, 1983)、推論 (Forrester, Latham, & Shire, 1990) 與推理思考 (Towers & Hunter, 2010)。(四) 計數：運用點算或加法、乘法計算所截割的數量，描述待測物的估計結果 (Joram, 2003; Joram et al., 1998)。簡言之，估測是一種統合知覺、記憶、心理意象、推論與推理等多項認知運作的活動。Joram 等 (1998) 認為上述要素與合理估測的邏輯推理能力之發展息息相關。

此外，估測與測量知能密切相關，下列四項測量概念為處理各類估測不可或缺的知能：

(一) 認識待測量的性質及測量程序：認識所欲測量的是什麼性質 (例如：距離、面積、體積各指什麼)，以及如何測量待測物 (Van de Walle et al., 2013)。(二) 單位化 (unitizing) 概念：測量單位為估計各種測量的要素 (O'Daffer, 1979)，因此，單位化猶如一種心理運算，乃為處理數量情境的重要思考。個體熟悉測量單位，其所建構的心理單位可作為估測的參照基準，也是發展量感的重要基礎 (Bright, 1976)。(三) 使用非標準與標準單位分解與重組待測物：將待測物依所選定的單位大小做切割，然後再重組與計數所切割出的份數 (Siegel et al., 1982)。Carter (1986) 認為分解／重組的概念與保留概念，皆在估計處理時扮演重要角色。(四) 誤差的容忍度：認識所有的測量皆源自於單位的比較，誤差為測量的常存現象 (黃毅英, 2012)。估測活動在於找出一個合理、可接受的數量範圍，估計值為一個接近於待測物的量，因此，誤差是存在的。(五) 估測的語詞：「大約」、「接近」、「大於.....但小於.....」(介於.....之間) 為常用的語詞 (Towers & Hunter, 2010)。

歸納上述，估測意義的瞭解與估測能力的養成，需借助測量活動熟悉測量步驟與方法。實測與估測學習，兩者相互為用，也相輔相成。

### 二、長度、面積、體積概念與測量

測量是比較兩個物體之某一種屬性的活動 (Wilson & Rowland, 1993)。長度 (距離) 是直