

## 壹、緒論

等號對於理解算術或代數問題而言，是一種聰慧的符號概念。倘若學生欠缺這樣的理解，必然會對從算術轉移至代數學習將產生重大的阻礙（Carpenter, Franke, & Levi, 2003; Kieran, 1981; McNeil & Alibali, 2005）。研究指出，學生常把等號視為運算工具，並將之解釋成「發現總和」或「將答案放在一起」，凡在算式等號的右邊就必須是答案，不容許其他特例存在。以 Carpenter 等人（2003）的研究為例， $8 + 4 = ( ) + 5$  的括弧裡應填入什麼數字？許多學生會將答案寫成 12，原因在於運算產生的影響。當運算觀念建立後，要改變其想法則有困難。等號運算的觀念也會干擾學生對數學一般化的理解與運用，例如寫出錯誤的算式，無法對樣式的發展進行推理。一些學生雖採取等號關係的方式呈現問題，但因習慣於學校等號運算的教導，無法清楚了解問題的脈絡。有鑑於此，學者建議，若能給予合適的教學支持，協助證明等號為關係的符號，則學生在解題上將會有更好的表現（陳嘉皇，2008，2009；謝闔如，2010；Carpenter et al., 2003; Kieran, 1981; McNeil & Alibali, 2005）。

在小學裡，等號概念學習之內涵包括：一、加減兩步驟問題的記錄格式；二、得到答案的等號意義；三、相等關係的等號意義；四、等號的應用（國立教育研究院籌備處，2002）。教育部（2003）之《九年一貫課程綱要：數學領域》也明示，一年級學生需能「從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 +、-、= 做橫式記錄與直式記錄，並解決生活中的問題」。在「具體情境中，認識等號兩邊數量一樣多的意義」。因為等號概念建立後，學生才能進一步「認識加法的交換律、結合律，並應用於簡化計算」。這樣的安排，無非希冀學生能利用加、減問題，從操作的活動與合宜的引導，充分理解與應用關係概念進行解題。因此，一年級學生若能正確地理解等號關係的概念，對其日後代數推理的學習應較能適應且有良好的表現。

運算是發展等號概念的基礎，但單邊運算的等式常誤導學生產生錯誤的等號概念。McNeil 等人（2006）的研究發現，等號兩邊運算的情境對於引導關係概念的理解最為有效，因為兩邊運算的情境符合「相等」概念的發展，學生可透過運

算、比較與觀察發現相等關係，包含反身性、對稱及交換律等數學知識，教師若能加以應用，且連結教學實務的教材，將可發展學生正確的等號觀念。審視現今國小數學教材教法，有關問題的安排與等式記錄，大都呈現等號左邊運算、右邊答案的模式，這樣的安排有其顧慮所在，一方面在於無合宜的教材與資訊提供，可做為教師專業發展、提升教學能力的基礎；另一方面則懷疑低年級學生是否具備足夠的認知能力，可接受不同等號概念的挑戰。關於前者，一些研究認為可透過相關學習理論的設計，引導學生建構堅實且正確的等號概念；而後者，已有研究建議，宜盡早安排兩邊運算的情境，提供學生理解不同情境產出之等號概念，以促進未來算術與代數的轉化和銜接（Carpenter et al., 2003; Kieran, 1981; McNeil & Alibali, 2005; McNeil et al., 2006）。

由於等號具有多元的意義，需藉由不同的情境以誘發學生發現「相等」的概念。學生入學前已具有數數、比較的知識，並運用解決算術問題。進入小學後，會教導數字之分解、組合、加減可逆運算等方法，這些能力若能堅實地發展且彈性地運用，對於解決算式或文字問題將有莫大的助益。然而，這些能力並非背誦練習即能獲得，應有一套實用且符合學生認知需求的教學模式予以支撐（陳慧姿，2009；陳麗華，1988）。有鑑於此，本研究擬以「基模導向解題教學」（schema-based problem-solving instruction）理論做為基礎，設計不同等號概念之情境，進行教學實驗，探索學生等號概念之學習情形與合適之學習路徑，進而協助其建立合宜的等號概念。本研究欲達成的目標如下：

- 一、設計不同等號概念之教學內容，進行等號概念基模導向解題教學研究，探究學生等號概念的表現。
- 二、從教學歷程發現學生合宜之等號概念學習路徑，以做為等號概念教學與課程設計之參考依據。
- 三、探討學生在基模導向解題教學模式實驗下，其等號概念轉化的情形。